

Questão 2

No plano cartesiano Oxy , considere a parábola \mathcal{P} de equação $y = -4x^2 + 8x + 12$ e a reta r de equação $y = 3x + 6$. Determine:

- Os pontos A e B , de intersecção da parábola \mathcal{P} com o eixo coordenado Ox , bem como o vértice V da parábola \mathcal{P} .
- O ponto C , de abscissa positiva, que pertence à intersecção de \mathcal{P} com a reta r .
- A área do quadrilátero de vértices A , B , C e V .

Resolução

- a) Como A e B pertencem ao eixo Ox , suas abscissas são dadas pelas raízes da equação $-4x^2 + 8x + 12 = 0$.
Resolvendo essa equação temos $x = 3$ ou $x = -1$.

Assim, os pontos A e B são $(-1, 0)$ e $(3, 0)$.

As coordenadas do vértice V são:

- $x_V = \frac{-8}{2(-4)} = 1$
- $y_V = -4 \cdot 1^2 + 8 \cdot 1 + 12 = 16$

Resposta: Os pontos A e B são dados por $(3, 0)$ e $(-1, 0)$.

O vértice V é dado por $(1, 16)$

- b) Para obter C devemos resolver, com $x > 0$, o sistema,

$$\begin{cases} \textcircled{1} & y = -4x^2 + 8x + 12 \\ \textcircled{2} & y = 3x + 6 \end{cases}$$

Igualando $\textcircled{1}$ e $\textcircled{2}$ vem:

$$\begin{aligned} -4x^2 + 8x + 12 &= 3x + 6 \\ -4x^2 + 5x + 6 &= 0, \end{aligned}$$

Resolvendo essa equação temos

$$x = -\frac{3}{4} \text{ (não convém, pois } x > 0\text{)}$$

$$\text{ou} \\ x = 2$$

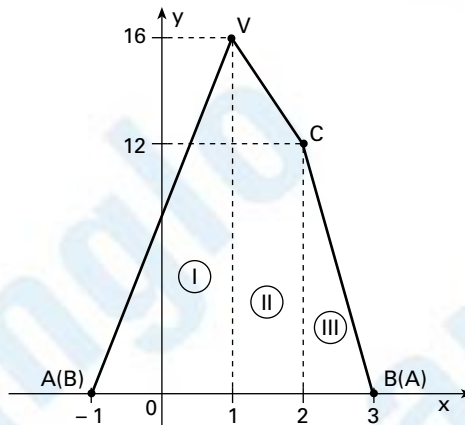
Substituindo em $\textcircled{2}$ temos

$$y = 3 \cdot 2 + 6 = 12$$

Assim, C é o ponto $(2, 12)$

Resposta: O ponto C é dado por $(2, 12)$.

- c) Representando o quadrilátero (convexo) $ABCV$ no plano cartesiano, temos:



Decompondo o quadrilátero nas regiões (I), (II) e (III) temos:

$$S_I = \frac{2 \cdot 16}{2} = 16$$

$$S_{II} = \frac{(12 + 16) \cdot 1}{2} = 14$$

$$S_{III} = \frac{1 \cdot 12}{2} = 6$$

Assim, a área pedida é

$$S_I + S_{II} + S_{III} = 16 + 14 + 6 = 36.$$

Resposta: A área do quadrilátero ABCV é 36.